

ZLATKO JANKOVIĆ

1916 – 1987



1989

JUGOSLAVENSKA AKADEMIJA ZNANOSTI I UMJETNOSTI
SPOMENICA PREMINULIM AKADEMICIMA — SVEZAK 49



ZLATKO JANKOVIĆ

1916 – 1987



ZAGREB, 1989

JUGOSLAVENSKA AKADEMIJA ZNANOSTI I UMJETNOSTI
SPOMENICA PREMINULIM AKADEMICIMA — SVEZAK 49

Uredio
akademik SIBE MARDEŠIĆ

RAZRED ZA MATEMATIČKE, FIZIČKE, KEMIJSKE I TEHNIČKE
ZNANOSTI

SPOMENICA

posvećena akademiku Zlatku Jankoviću, redovnom članu
Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti u Zagrebu

KOMEMORACIJA

u povodu prve obljetnice smrti Zlatka Jankovića 10. siječnja 1989
u palači Akademije

Akademik *Sibe Mardešić*: Životni put

Prof. dr. *Emil Coffou*: Znanstveno djelo

Popis radova akademika Zlatka Jankovića

Pripremio: akademik *Sibe Mardešić*

ŽIVOTNI PUT

Pred nešto više od godine dana u Zagrebu je neočekivano, 12. prosinca 1987. godine, preminuo akademik Zlatko Janković, tajnik II. razreda JAZU i redovni profesor u miru Matematičkog odjela Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

Zlatko Janković rođen je 27. rujna 1916. u Varaždinu od oca Ivana, suca, i majke Zlate rođene Deželić. Obitelj je zarana preselila u Zagreb, gdje je Zlatko krenuo 1923. u osnovnu školu. Od 1927. do 1935. polazio je III. realnu gimnaziju u Zagrebu, a po položenoj maturi 1935. upisao se na Filozofski fakultet i to na I.grupu za Matematiku i teorijsku fiziku. Diplomirao je 1939. i odmah je izabran i postavljen za asistenta u Zavodu za teorijsku fiziku Filozofskog fakulteta u Zagrebu. Na tom fakultetu, kasnije Prirodoslovno-matematičkom, ostao je sve do umirovljenja 1986. Asistentski ispit je položio 1943. Od 1942. do 1947. studirao je i diplomirao pravo na Pravnom fakultetu u Zagrebu. Njegova pravna naobrazba i očita sklonost pravu dolazila je često do izražaja u njegovu budućem radu i životu. 1949. Zlatko Janković je na Filozofskom fakultetu u Zagrebu stekao naslov doktora matematičkih nauka obranivši doktorsku disertaciju »Prilog izgradnji mehanike (Odnos klasične mehanike i specijalne teorije relativnosti)«. Iste godine se oženio s dr. Nadom Marijan. Zlatko Janković je 1950. izabran za docenta u Zavodu za primijenjenu matematiku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta i to za predmet Teorijska mehanika. Za izvanrednog profesora izabran je 1956, a za redovnog profesora 1959. Habilitirao je 1957. radom »A contribution to the theory of neutron reactions« i predavanjem »O relativnim koordinatnim sustavima u mehanici«. Od 1961. do 1976. na čelu je Zavoda za primijenjenu matematiku kao predstojnik i to je vrijeme obilježeno značajnim unapređenjima i proširenjima znanstvenog i nastavnog rada Zavoda.

Na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu profesor Janković je obavljao mnoge odgovorne funkcije, uvijek s krajnjom predanošću i savjesnošću. Tako je šk. god. 1956/57. bio pročelnik Matematičko-fizičkog odjela. Od 1962. do 1964. bio je dekan Fakulteta, a šk. god. 1964/65. član Savjeta

Fakulteta. Kada je 1962. osnovan Institut za matematiku Sveučilišta u Zagrebu, postao je prof. Janković predstojnikom Odjela za matematičku fiziku, gdje je djelovao sve do prestanka rada Instituta 1974.

Iako je Prirodoslovno-matematički fakultet bila matična ustanova profesora Jankovića, u njegovu životu i radu je od ne manjeg značenja njegovo djelovanje u Institutu »Ruđer Bošković« i u Jugoslavenskoj akademiji znanosti i umjetnosti. Od samog osnutka Instituta »Ruđer Bošković« 1950. profesor Janković je bio ne samo aktivni znanstveni radnik i suradnik u Odjelu teorijske fizike Instituta, nego je obavljao i mnoge važne funkcije. Bio je naučni sekretar Instituta, član i potpredsjednik Naučnog savjeta i starješina oblasti Nuklearne fizike i elektronike. Od 1964. do 1966. bio je predsjednik Savjeta Instituta, a od 1966. do 1968. predsjednik Naučnog vijeća. U to vrijeme je u organizacijskoj strukturi nuklearnih naučnih instituta u Jugoslaviji glavnu ulogu vodila Savezna komisija za nuklearnu energiju. Stoga je prof. Janković djelovao i u okviru te savezne ustanove i to kao član Stručnog savjeta. Od 1962. do 1965. bio je predsjednik Stručne komisije za fiziku. U okviru Savezne komisije organizirao je u Malom Lošinj u prva dva ljetna sastanka jugoslavenskih fizičara i to 1956. skup »Nuclear Models« i 1957. skup »Nuclear reactions«. Ti međunarodni znanstveni sastanci fizičara bili su početak dugogodišnje prakse koja se nastavila sve do danas.

U Jugoslavenskoj akademiji znanosti i umjetnosti profesor Janković je niz godina bio suradnik u II. razredu za matematičke, fizičke i tehničke znanosti. 1960. godine izabran je za izvanrednog člana, a 1981. za redovnog člana. Od 1985. do smrti bio je tajnik Razreda za matematičke, fizičke, kemijske i tehničke znanosti. Od 1963. do 1965. je pročelnik Fizičke sekcije Razreda. Nekoliko godina je bio redaktor za fiziku zagrebačke redakcije časopisa »Bulletin scientifique« Savjeta akademija SFRJ, te član Nacionalnog komiteta za mehaniku tog Savjeta.

Profesor Janković često je biran u komisije i odbore koji su se bavili pitanjima znanstvenog i nastavnog rada na području matematičkih i prirodnih znanosti. Napose, bio je član više komisija Savjeta za naučni rad SRH za matematičke i fizičke nauke, kao i komisija za osnivanje Zajednice instituta prirodnih nauka i Zajednice matematičkih instituta Jugoslavije. U razdoblju od 1947. do 1953. bio je nekoliko puta izaslanik Savjeta za prosvjetu, kulturu i fizičku kulturu SRH na ispitima zrelosti u srednjim školama.

Profesor Janković bio je jedan od osnivača i glavnih pokretača Društva matematičara i fizičara SR Hrvatske, koje je osnovano 1949. Dugi niz godina bio je član Upravnog odbora Društva, a od 1949. do 1953. i njegov tajnik. Od 1949. do 1965. profesor Janković je član Plenuma Saveza društava matematičara i fizičara Jugoslavije. Važan je bio rad profesora

Jankovića u Uredništvu Glasnika matematičko-fizičkog i astronomskog, naročito od 1951. do 1955. kada je bio tehnički urednik i od 1955. do 1959. kada je bio jedan od glavnih urednika tog našeg renomiranog znanstvenog časopisa. Prvenstveno zahvaljujući osobnoj inicijativi i zalaganju profesora Jankovića uspjelo je Društvo matematičara i fizičara SRH redovnom zamjenom za »Glasnik« doći do više stotina dragocjenih inozemnih časopisa i tako stvoriti najvažniju matematičku biblioteku u SRH. Ne s manjim entuzijazmom profesor Janković je brinuo za kolokvije Društva, koji su se održavali redovito srijedom i predstavljali su neko vrijeme glavnu znanstvenu tribinu u području matematičkih i fizičkih znanosti u SRH. Sam profesor Janković često je nastupao na tim kolokvijima saopćavajući rezultate svojih istraživanja.

Zapažen je bio i rad profesora Jankovića u Hrvatskom prirodoslovnom društvu, gdje je niz godina bio član Upravnog odbora, odnosno član Nadzornog odbora. Bio je i član Jugoslavenskog društva za mehaniku od osnutka tog društva 1952, te član međunarodnih naučnih društava: Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM) i Tensor Society.

Dugi niz godina je osnovno nastavno zaduženje profesora Jankovića na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu bio jednogodišnji kolegij Teorijska mehanika, koji se predavao u drugoj (odnosno trećoj) godini studija 3 sata tjedno uz 2 sata vježbi. Kolegij je bio koncipiran kao priprema za izučavanje posebnih dijelova mehanike, ali i kao uvod u teorijsku fiziku. Posebna je odlika tih predavanja bilo postepeno uvođenje raznovrsnog matematičkog aparata na konkretnim primjenama iz mehanike i fizike. Predavanja su objavljena u obliku skripata Sveučilišta u Zagrebu 1963. Ponovljena izdanja izašla su 1976. i 1982. U predavanjima profesora Jankovića dolazilo je do punog izražaja njegovo uvjerenje o nerazdvojnoj povezanosti matematike i fizike, te o matematici kao egzaktnom sredstvu koje omogućuje opisivanje fizikalnih zakona prirode i njihovih posljedica. Pod primijenjenom matematikom prvenstveno je razumijevao primjenu u teorijskoj mehanici i teorijskoj fizici i uvijek se zalagao za što šire poznavanje prirodnih nauka kao izvora matematičkih teorija i metoda. Nastojao je da se u nastavu na fakultetu uvede što više u našoj sredini tada još nedovoljno razvijenih grana primijenjene matematike. Tome je dao i važan osobni prilog predavajući razne specijalne kolegije i to: Diferencijalne jednadžbe matematičke fizike i tehnike (od 1966/67. do 1971/72) i Varijacioni principi mehanike (1952). Kako je po svom znanstvenom interesu bio i teorijski fizičar, profesor Janković je predavao i specijalne kolegije: Teorijska nuklearna fizika (1956), Teorija nuklearnih reakcija (1957), Odabrana poglavlja teorije nuklearnih reakcija (1958). Posljednja dva kolegija bili su godinama na programu postdiplomskog studija u In-

stitutu »Ruđer Bošković«, odnosno na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu. Profesor Janković je redovno sudjelovao i u radu Seminara za teorijsku fiziku i Seminara za primijenjenu matematiku na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu, odnosno Seminara za teorijsku fiziku u Institutu »Ruđer Bošković«. Od 1947. do 1953. bio je i honorarni nastavnik na Farmaceutskom fakultetu u Zagrebu, gdje je predavao kolegij Osnovi matematike.

Predavanja profesora Jankovića bila su uvijek izrađena i dotjerana do najsitnijih detalja. Formule su u glatkom i logičkom slijedu izvirale jedne iz drugih do željenog zaključka. Odmjerenim i ponešto jednoličnim glasom izgovarao je precizno formulirane rečenice. Nije se služio bilješkama. Na ispitima i inače u kontaktu sa studentima bio je krajnje korektan i nikada nije gubio strpljenje. Takav je bio i kao predstojnik u odnosu prema članovima Zavoda i drugim kolegama na Fakultetu i u Institutu.

Profesor Janković je u dva navrata boravio po godinu dana na specijalizaciji u inozemstvu. Prvi put boravio je 1953/54. na specijalizaciji iz teorijske nuklearne fizike u Institutu za teorijsku fiziku Nielsa Bohra u Kopenhagenu i to kao stipendist CERN-a. Drugu specijalizaciju mu je omogućila Savezna komisija za nuklearnu energiju 1959. Bila je to specijalizacija iz teorijskih istraživanja nuklearnih reakcija u Centre d'études nucléaires u Saclayu kraj Pariza.

Trajno aktivno bavljenje znanstvenim radom rezultiralo je u 65 znanstvenih publikacija (vidi popis) od čega je 36 radova objavljeno u inozemstvu. Znanstveni rad profesora Jankovića može se prema problematici, a i kronološki klasificirati u 5 skupina: 1. Teorijska mehanika, 2. Teorijska nuklearna fizika, 3. Teorija specijalnih funkcija, 4. Diferencijalna geometrija, 5. Teorija spinora s primjenama u kvantnoj mehanici. Već i ova klasifikacija, koju je načinio sam profesor Janković u jednom svom izvješčaju, svjedoči o širini interesa i znanja profesora Jankovića jer tu su zastupljena područja teorijske matematike, primijenjene matematike, mehanike, te nuklearne i kvantne fizike.

Znanstveni radovi profesora Jankovića redovno su prikazivani u svjetskim referativnim časopisima *Mathematical Reviews*, *Zentralblatt für Mathematik* i *Referativni žurnal*, a za *Mathematical Reviews* je i sam duugo godina pisao prikaze. Njegova znanstvena biografija objavljena je u *World Who's who in Science, Marquis, Chicago* 1980. i *Who's who in Atom, I, Harnap* 1969.

Profesor Janković je sudjelovao s referatima na preko 50 znanstvenih skupova u zemlji i inozemstvu. Posebno treba istaknuti da je godinama redovno sudjelovao na godišnjim sastancima GAMM-a, te da je godine 1969. i 1970. u *International Centre for Mechanical Sciences*, Udine, Italija,

održao po pozivu dva opsežna ciklusa predavanja o svojim poopćenjima teorije vektora i tenzora. Objavio je i nekoliko stručnih radova i nekrologa (vidi popis). Održao je preko stotinu znanstvenih predavanja, kolokvija i saopćenja na mnogim univerzitetima u zemlji i inozemstvu.

Za svoj znanstveni, nastavni i organizatorski rad dobio je profesor Janković mnoga priznanja, i to: Orden rada II. reda (1956), Plaketa grada Zagreba (1970), Plaketa i povelja Instituta »Ruđer Bošković« (1970), Nagrada »Ruđer Bošković« (1971), Orden rada s crvenom zastavom (1975), Povelja počasnog člana Hrvatskog prirodoslovnog društva (1974), Povelja Saveza društava matematičara, fizičara i astronoma Jugoslavije (1974. i 1979) i Orden zasluga za narod sa srebrnim zrakama (1987).

Zlatko Janković je bio znanstvenik zaljubljen u prirodne znanosti, fiziku i matematiku, koji se uvijek zalagao za njihovo jedinstvo i skladno međudjelovanje. Bio je nastavnik izuzetnih kvaliteta koji je cijenio i poštovao svoje studente i na svaki način nastojao da im prenese što više od svog širokog znanja. Bio je čovjek pravičan, visokih moralnih kvaliteta, korektan u postupcima i odnosima s kolegama i suradnicima. Poštovao je i suprotna mišljenja. Bio je konstruktivan u dogovoru i akciji. Posjedovao je veliki radni kapacitet i neiscrpnu energiju koju je stavljao u službu plemenitih ciljeva. Mnogo je zadužio našu sredinu, i praznina koja je nastala njegovim odlaskom dugo će se i bolno osjećati.

Neka je slava akademiku Zlatku Jankoviću.

ZNANSTVENO DJELO

Kada se govori o znanstvenom djelu Z. Jankovića, treba odmah na početku reći da se njegov doprinos znanosti ne očituje samo kroz njegove znanstvene radove i znanstvena dostignuća nego isto tako, i ne u manjoj mjeri, kroz široko i raznovrsno djelovanje u okvirima znanstvenih i znanstvenoorganizacionih aktivnosti. Djelovao je u doba kada su se u našoj zemlji uvodila nama nova znanstvena područja i kada se pri tome često polazilo gotovo od početka. Nedostajala su još mnoga predznanja za prihvatanje moderne znanosti i novih teorija. Tradicija je bila slaba ali ambicije su bile velike, željelo se uhvatiti korak sa svjetskom znanosti.

To je razdoblje u kojemu se ostvaruje prodor moderne fizike u nas, posebno moderne teorijske fizike, s prof. Ivanom Supekom i njegovim suradnicima, Vladimirom Glaserom, Gajom Alagom i drugima, kao jezgrom teorijske fizike u Zagrebu. Toj grupi se pridružio i Z. Janković, kako na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu tako i na »Institutu Ruđer Bošković« u Zagrebu, od samog njegovog osnivanja 1950. godine. Ne samo znanstveno vođenje Instituta nego i upravljanje Institutom povjereno je znanstvenicima sa Sveučilišta u Zagrebu. Istaknutu ulogu je odigrala fizika s Prirodoslovno-matematičkog fakulteta koja se od tada na dulje vrijeme razvijala uglavnom u okvirima Instituta »R. Bošković«. To naročito vrijedi za teorijsku fiziku, znanstveni rad na kojoj se odvijao u Odjelu za teorijsku fiziku Instituta, tj. Odjelu u kojem je, među ostalima, i Z. Janković znanstveno djelovao. No posebno značenje Z. Jankovića za Institut »R. Bošković« jest u tome što je on kroz dugi period rada Instituta djelovao u centralnim rukovodećim tijelima Instituta u kojima su se donosile odluke od vitalnog značenja za Institut, tj. o znanstvenoj, kadrovskoj i financijskoj strategiji i politici Instituta.

Z. Janković je odabrao svoj znanstveni put već ranije. Studirao je 1935—39. godine na Filozofskom fakultetu u Zagrebu u Matematičko-teorijskofizikalnoj grupi. Po znanstvenom profilu i po svojim sklonostima, Zlatko Janković je bio koliko primijenjeni matematičar toliko i teoretski fizičar. Za svoju užu specijalnost odabrao je teorijsku mehaniku.

Znanstvena istraživanja je započeo studijem fizikalne aksiomatike klasične mehanike u relaciji sa specijalnom teorijom relativnosti. Tu je došao do značajnog spoznajnog rezultata da zakon održanja impulsa, kao jedan od Newtonovih aksioma mehanike, ne gubi na svojoj vrijednosti uvođenjem specijalne teorije relativnosti. Potrebno je samo pretpostaviti ovisnost mase tijela o njegovoj brzini te zadržati formulu u njenom izvornom obliku, kakvu je dao Newton. U jednom povijesnokritičkom pristupu razmatrao je pojam mase čestice, što ga je dovelo do formulacije novog aksioma, po kojemu se masa utvrđuje kao konstantna karakteristika čestice u okviru klasične mehanike, dok je to određena zavisnost o brzini u specijalnoj teoriji relativnosti. Na temelju proširenog aksiomatskog sustava mehanike Z. Janković izgrađuje paralelno klasičnu mehaniku i specijalnu teoriju relativnosti. Posebno treba ukazati na njegova razmatranja na temelju kojih se utvrđuje nerazdvojiva povezanost triju pretpostavki klasične mehanike: konstantnost mase, apsolutnost vremena i *actio in distans*. Ta istraživanja ulaze u sastav njegove disertacije te 1949. godine postiže doktorat matematike na Sveučilištu u Zagrebu tezom »Prilog izgradnji mehanike (Odnos klasične mehanike i specijalne teorije relativnosti)«.

Od ostalih radova iz tog razdoblja spomenimo još razmatranja tautohrone i brahistohrone s iscrpnom analizom gibanja po cikloidi. Uspijeva mu odrediti prirodnu jednadžbu brahistohrone u vektorskom obliku za polje proizvoljne konzervativne sile.

U podjeli znanstvenih područja unutar teorijske fizike Z. Janković se prihvatio proučavanja teorije nuklearnih reakcija, svojedobno veoma aktuelnog istraživačkog područja. Prihvatio se područja u kojem je, uz primjenu kvantne mehanike, prevladavao fenomenološki pristup. Kao teoretičara fenomenologija ga je manje zanimala te je prišao izučavanju teoretskih problema.

Z. Janković je dao dva vlastita znanstvena doprinosa teorijskoj nuklearnoj fizici. Spremno je prihvatio metodu fizičkog modeliranja prilikom opisivanja fenomena u nuklearnoj fizici. Kao primjer neka posluži optički model nuklearnih reakcija. Godine 1954. se nedvosmisleno utvrdilo da se globalno ponašanje udarnog presjeka neutrona na atomskim jezgrama preko cijelog periodičnog sustava atoma može teoretski uspješno predskazati jedino ako se uvede imaginarni član u međudjelovanje neutrona s jezgrom. U vrijeme suverenog vladanja kvantne mehanike fizikom uvođenje nehermitskog hamiltonijana značilo je pravu herezu. Z. Janković nije u tome vidio problem jer je u pitanju bila samo odgovarajuća interpretacija jednog modela koji nije opisivao zatvoreni fizikalni sustav. Stoga je Z. Janković prišao poboljšanju izvorno korištenog potencijala oblika pravokutne jame te je ublažio diskontinuitet potencijala na rubu jezgre uvo-

đenjem potencijala trapezoidnog oblika. Nakon što je analitički odredio rješenje Schrödingerove jednadžbe za valnu funkciju stanja raspršenja, računski je utvrdio utjecaj parametra difuznosti površine atomske jezgre na udarni presjek neutrona. Time je omogućio bolje usklađivanje teorije s eksperimentom. Treba podsjetiti da je svoje račune Z. Janković proveo u Kopenhagenu bez elektronskog računala, na stolnom kalkulatoru i uz pomoć tabelarnih vrijednosti specijalnih funkcija. Direktno numeričke metode uz upotrebu računala nisu se još bile afirmirale. Z. Janković se nije niti kasnije poslužio elektronskim računalom.

U svom drugom prilogu teoriji atomske jezgre Z. Janković je prvi riješio Schrödingerovu jednadžbu formiranu na temelju hamiltonijana izvornog Bohr-Mottelsonovog kolektivnog modela atomske jezgre i rezultate primijenio na neelastično raspršenje nukleona na deformiranoj jezgri-meti, uz prisutnost međudjelovanja u obliku nesferičnog, kompleksnog potencijala. Tim radom se ujedno završio rad Z. Jankovića na nuklearnoj fizici.

U međuvremenu je uočio nedostatke mlađih suradnika u poznavanju matematičkih svojstava specijalnih funkcija koje se u kvantnoj teoriji rutinski koriste. Vjerojatno u želji da te nedostatke ukloni, posvetio se proučavanju specijalnih funkcija, ali kroz svoj vlastiti i ujedno novi, elementarni pristup. Taj se pristup sastoji od toga da se iz neposrednog razmatranja diferencijalne jednadžbe utvrdi struktura rekurentnih relacija za rješenja jednadžbe. Nakon toga iz rekurentnih relacija slijede brojne osobine rješenja a da pri tome sama rješenja ne moraju biti eksplicite poznata. Krajnja specifikacija rješenja slijedi iz određenih funkcionalnih veza između konstanata u rekurentnim relacijama i parametara diferencijalne jednadžbe. Taj svoj postupak Z. Janković je primijenio na sve klasične diferencijalne jednadžbe i njihova rješenja: Hermiteovu, Besselovu, Legendreovu, Laguerreovu te konfluentnu hipergeometrijsku jednadžbu. Za kvantnu teoriju raspršenja i teoriju nuklearnih reakcija od posebne je koristi jednostavni pristup sfernim Besselovim funkcijama i zaokružena teorija Coulombovih valnih funkcija.

Najznačajnija znanstvena istraživanja Z. Jankovića su teoretska razmatranja u području diferencijalne geometrije sa svim konsekvencijama u vezi s teorijama klasičnih polja, spinornog Diracovog polja, elektromagnetskog polja i gravitacionog polja. To je jedan dugogodišnji rad, koji je započeo 1969. godine a prekinut njegovom ranom smrću. O opsegu postignutih znanstvenih rezultata već dovoljno govori činjenica da je u okviru tog znanstvenoistraživačkog projekta objavio preko trideset znanstvenih radova te je održao podjednaki broj referata na znanstvenim skupovima. Već početni rezultati, na kojima se oslanjaju sva daljnja razmatranja, donijeli su mu 1970. godine priznanje u obliku Nagrade »Ruđer Bošković«. I malo

detaljnija prezentacija tog znanstvenog rada ovdje je nemoguća. Pokušat ćemo to učiniti u glavnim crtama.

U osnovi se nalazi generalizacija vektorskog, odnosno tenzorskog računa. Z. Janković je poopćio formulaciju tenzorske algebre time što je izvršio sintezu pojmova kontravarijantnih i kovarijantnih oblika sa 'bra' i 'ket' oblicima vektora stanja u teoriji kvantne fizike. On polazi od činjenice da je u svakoj točki m -dimenzionalne parametarske mnogostrukosti moguće pridružiti četiri n -dimenzionalna vektorska prostora. Vektore tih vektorskih prostora može se povezati na uzajamno jednoznačan način u četiri osnovne kombinacije, 'bra' i 'ket', kovarijantni i kontravarijantni, te uz prikladno definirani produkt uspostaviti vezu među njima.

Z. Janković zatim zasniva tenzorsku analizu na operatorima paralelnog pomaka pomoću kojih uspostavlja uzajamno jednoznačnu vezu među tenzorima vektorskih prostora povezanih s infinitezimalno bliskim točkama parametarske mnogostrukosti. Time ujedno dolazi do definicije apsolutnog diferencijala a zatim do koeficijenata koneksije i koeficijenata zakrivljenosti.

Nakon te opće generalizirane formulacije tenzorskog računa slijedi razrada svojstava geometrijskog prostora kao posebnog slučaja u kojem je dimenzija vektorskih prostora pridruženih točkama mnogostrukosti jednaka dimenziji same mnogostrukosti. Uvode se i diskutiraju relevantni geometrijski pojmovi: vektor pomaka, metrika, metrički tenzor, veza koeficijenata koneksije s komponentama fundamentalnog tenzora te osobine tenzora zakrivljenosti.

Zatim se uvode operatori transpozicije te se istražuju i razmatraju njihove osobine u općem slučaju, dok se utvrđuje povezanost operatora transpozicije i fundamentalnog operatora u posebnim slučajevima. Ta su razmatranja dovela između ostalog do važnog rezultata: koeficijenti koneksije su u općem slučaju potpuno određeni pomoću polja operatora transpozicije i fundamentalnog operatora a u posebnom slučaju metrički tenzor identičan je s transpozicionim operatorom u metričkim prostorima.

Ti općeniti rezultati u slučaju geometrijskog prostora i sve njihove konsekvencije primijenjeni su na specijalan slučaj realnog prostora koji kao specijalan slučaj obuhvaća Riemannov prostor. Time je potvrđena općenitost cijele sheme tenzorskog računa. Upotrebom multiindeksne notacije tenzorski račun je formalno identičan s vektorskim računom u vektorskom prostoru direktnog produkta.

Uz pomoć pojma apsolutnog diferencijala i vektora pomaka dolazi se do definicije generaliziranog nabla operatora čijim djelovanjem se lako definiraju operatori generaliziranog gradijenta, divergencije i rotacije.

Detaljno razrađen tenzorski račun u okviru generalizirane sheme postao je snažno oruđe za interpretaciju, reinterpretaciju i generalizaciju

postojećih teorija u fizici. Tako je spinorna teorija, nerelativistička i relativistička, revidirana nakon što je Z. Janković ustanovio identifikaciju spinora kao vektora poopćene sheme. Time je omogućeno potpuno i sigurno formuliranje spinorne algebre i analize te je postalo nepotrebno razmatrati spinore kao posebne matematičke objekte, kao što je do tada bio slučaj. To je ujedno pružilo najljepšu potvrdu vrijednosti i primjenjivosti poopćene sheme kao univerzalne sheme koja obuhvaća i sadrži, kao specijalne ravnopravne slučajeve, sve aspekte vektora i tenzora koji se pojavljuju.

Poopćena shema tenzorskog računa dovela je Z. Jankovića do rezultata u teoriji relativističke kvantne mehanike za čestice spina $1/2$. U Diracovoj jednadžbi osnovu čine Diracove matrice kao jedna posebna reprezentacija operatora u spinornom prostoru, ali se pri tome nije davala nikakva indikacija o odgovarajućoj bazi vektorskog prostora. Z. Janković dolazi do rezultata: generalizirani Diracovi operatori su vektori tangentne baze Riemannovog prostora R^4 na kojemu je spinorno polje definirano. Diracovi operatori preslikavaju 4-spinorni prostor u samoga sebe.

Uz pomoć tih operatora Z. Janković definira novu generalizaciju nabla operatora, tj. 4-impulsa, što vodi na formulaciju generalizirane Diracove jednadžbe za čestice spina $1/2$ u Riemannovom prostoru R^4 , dakle u općoj teoriji relativnosti, na čisto geometrijskim osnovama.

Slijedeći korak koji čini Z. Janković jest modifikacija 4-impulsa pomoću elektromagnetskog 4-potencijala na poznati način, ali sada u Riemannovom prostoru. To direktno vodi na Diracovu jednadžbu u Riemannovom prostoru za nabijene čestice spina $1/2$ u vanjskom elektromagnetskom polju. Efekt elektromagnetskog polja se u okviru poopćene sheme javlja kao promjena koeficijenata koneksije spinornog prostora posredstvom elektromagnetskog 4-potencijala, dok je promjena koeficijenata zakrivljenosti vezana na 4-tenzor elektromagnetskog polja.

Osim te generalizacije Diracove jednadžbe u prisutnosti vanjskih polja, gravitacionog i elektromagnetskog, Z. Janković dolazi do veoma zanimljivog rezultata za samo elektromagnetsko polje. Jednadžbe elektromagnetskog polja, dakle Maxwellove jednadžbe, ali u 4-dimenzionalnom Riemannovom prostoru R^4 , jednostavna su konsekvencija geometrijskih svojstva i vektorske strukture 4-spinornog prostora kada je u prostoru R^4 prisutno elektromagnetsko polje. Štoviše, tenzorski formalizam poopćene sheme omogućio je izvod Maxwellovih jednadžbi kao direktnu konsekvenciju Diracove jednadžbe u Riemannovom prostoru.

Ovdje je ranom smrću prekinuto znanstveno djelo Z. Jankovića koje je on kroz svoje publikacije prezentirao znanstvenoj javnosti. Njegova posljednja istraživanja nisu stigla na objavljivanje iako ih je on sam objavio u svojim zadnjim publikacijama. Sudeći po usmenim diskusijama,

bio je zaokupljen ponašanjem predznaka mase čestice u dualizmu čestica-antičestica. Formalizam njegove poopćene sheme tenzorskog računa implicirao je uz dva predznaka naboja istovremeno također i dva predznaka mase čestice, što je otvaralo put za reviziju definicije mase kao pozitivne veličine. Znajući da je u pitanju jedan dublji fizikalni smisao, pažljivo je analizirao i diskutirao sve konsekvencije jedne takve implikacije. Htio je imati potpunu i točnu sliku cijele stvari prije nego s njom izađe u javnost. Sam je pretpostavljao da će ta tema biti posljednja tema njegovih znanstvenih istraživanja. Jednom prilikom je u privatnom razgovoru rekao: »S masom sam započeo, s masom ću i završiti«. Pri tome nije pretpostavljao završetak onakav kakav se zbio.

Znanosti i našem društvu dao je mnogo. Znanost je pogođena gubitkom znanstvenika. Mi smo pogođeni gubitkom Čovjeka. Zahvalni smo mu kao znanstveniku i kao Čovjeku i ostat će nam u trajnom sjećanju kao znanstvenik i kao Čovjek.

Neka je slava akademiku Zlatku Jankoviću.

Popis radova Zlatka Jankovića

Znanstveni radovi

1. O zbrojevima potencija prirodnih brojeva,
Nastavni vjesnik 50 (1941), 378—381.
2. Summen der gleichen Potenzen der natürlichen Zahlen, Zeitschrift f. mathem. und naturwissenschaftlichen Unterricht, 1942, 41—44.
3. O problemu tautohrone,
Nastavni vjesnik 51 (1943), 154—164.
4. Jedan pokus s fizikalnim njihalom,
Glasnik mat.—fiz. astr. 1 (1946), 145—167.
5. O atomnim teorijama,
Glasnik mat.—fiz. astr. 2 (1947), 31—33.
6. Cikloida — tautohrona i brahistohrona linija,
Glasnik mat.—fiz. astr. 2 (1947), 49—72.
7. Rastavljanje vektora ubrzanja na komponente,
Glasnik mat.—fiz. astr. 2 (1947), 97—103.
8. Izračunavanje integrala $\int_a^b x^p dx$
Glasnik mat.—fiz. astr. 3 (1948), 59—62.
9. Dva jednostavna slučaja teorije potencijala,
Glasnik mat.—fiz. astr. 3 (1948), 152—171.
10. Pobuđivanje električnih titraja pomoću RC-mreža (zajedno s B. Metzgerom)
Elektroničar, II (1948), 262—268.
11. Simon Stevin i principi statike,
Glasnik mat.—fiz. astr. 4 (1949), 23—33.
12. O varijacionom principu specijalne teorije relativnosti,
Glasnik mat.—fiz. astr. 5 (1950), 12—21.
13. Prilog izgradnji mehanike (Odnos klasične mehanike i specijalne teorije relativnosti),
Disertacija, Zagreb, 1951, 1—61.
14. Jedan izvod Bernoullijeve formule,
Glasnik mat.—fiz. astr. 7 (1952), 23—29.
15. Two Recurrence Formulae for the Sums S_{2k} ,
Glasnik mat.—fiz. astr. 8 (1953), 27—29.
16. On Solutions of Hermite's and Laguerre's Differential Equation,
Glasnik mat.—fiz. astr. 8 (1953), 133—148.
17. On Recurrence Formulae for Bessel Functions,
Glasnik mat.—fiz. astr. 8 (1953), 161—167.
18. On Solutions of the Generalized Laguerre Differential Equation, Proceedings of the International Congress of Mathematics, Amsterdam, 1954.
19. Über die Masse als einem der Grundbegriffe der Mechanik, Proceedings of the Eighth International Congress for Theoretical and Applied Mechanics, Istanbul, 1952, p. 397.

20. A Contribution to the Theory of Nuclei with a Diffuse Surface, *Philosophical Magazine* (2) 46 (1955), 376—380.
21. Über die Legendreschen Funktionen, *Glasnik mat.—fiz. astr.* 10 (1955), 3—36.
22. A Contribution to the Theory of Neutron Reactions, *Glasnik mat.—fiz. astr.* 10 (1955), 47—64.
23. A Note on Spherical Bessel Functions, *Glasnik mat.—fiz. astr.* 11 (1956), 143—148.
24. On the Natural Equation for Brachistochrone, *Proc. of IX Int. Congress for Mechanics*, 54—62.
25. On the Collective Model Wave Functions, *Nuovo Cimento* 14 (1959), p. 1174.
26. On the Inelastic Scattering by Deformed Nuclei, *Nuovo Cimento* 17 (1960), 281—287.
27. On the Coulomb Wave Functions, *Glasnik mat.—fiz. astr.* 15 (1960), 279—299.
28. On Confluent Hypergeometric Differential Equation, *Rad Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti, Zagreb*, 319 (1960), 59—119.
29. On the Collective Model Wave Functions, *Rad Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti, Zagreb*, 325 (1961), 1—26.
30. A Note on the Special Theory of Relativity, *Glasnik mat.—fiz. astr.* 19 (1964), 75—86.
31. A Contribution to the Vector and Tensor Analysis, *International centre for mech. sciences, Udine, 1969*, 1—152.
32. Selected Topics and Applications of Tensor Analysis, *International centre for mech. sciences, Udine, 1970*, 1—39.
33. A Contribution to the Vector and Tensor Algebra, *Tensor N.S.* 21 (1970), 151—166.
34. A Contribution to the Vector and Tensor Analysis I, *Tensor N.S.* 21 (1970), 167—185.
35. A Contribution to the Vector and Tensor Analysis II, *Tensor N.S.* 21 (1970), 189—203.
36. A Contribution to the Vector and Tensor Calculus, *ZAMM* 50 (1970), p. 16.
37. On the transposition Operators in a Generalized Vector and Tensor Calculus Scheme, *Tensor N.S.* 22 (1971), 205—216.
38. Tensor as Vector in the Direct Product Vector Space of a Generalized Scheme, *Tensor N.S.* 22 (1971), 379—386.
39. On the Differential Operators in a Generalized Vector and Tensor Calculus Scheme, *Tensor N.S.* 23 (1972), 11—16.

40. Tensors as Vectors in the Direct Product Vector Space of a Generalized Scheme,
ZAMM 52 (1972), 187—188.
41. On the Autoparallel and Geodesic Curves in a Generalized Case,
Tensor N.S. 25 (1972), 171—178.
42. On the Transformation Operators in a Generalized Vector and
Tensor Calculus Scheme,
Tensor N.S. 27 (1973), 143—157.
43. On the Geodesic and Autoparallel Curves in a Generalized Metric Space,
ZAMM 54 (1974), 189—190.
44. On the Coefficients of Connection in a Generalized Case, *Mathematica
Balkanica* 4 (1974), 301—308.
45. On the Conjugate Vector Spaces in a Generalized Vector and
Tensor Calculus,
ZAMM 55 (1975), 199—202.
46. On the Conjugation in a Generalized Vector and Tensor Calculus Scheme,
Tensor N.S. 29 (1975), 217—224.
47. On the Conjugate Vector Spaces in a Generalized Vector and Tensor
Calculus Scheme,
Tensor N.S. 29 (1975), 225—233.
48. A New Approach to the Geometry of the Space-time Continuum,
CISM, Udine 210 (1974), 103—107.
49. Über eine Verallgemeinerung der Vektor — und Tensorrechnung, *Berichte
der math.—stat. Sek. Forschungszentrum Graz*, 40 (1975), 1—37.
50. A New Approach to Spinor Theory,
Tensor N.S. 32 (1978), 279—292.
51. Spinors and the Generalized Dirac Operators,
Colloquia Mathematica Societatis Janos Bolyai,
Budapest, 1979, 283—294.
52. Jedan novi pristup teoriji Riemannovog prostora,
VII kongres matematičara, fizičara i astronoma Jugoslavije,
Budva-Bečići, 1980, II—81.
53. Nova formulacija teorije spinora,
VII kongres matematičara, fizičara i astronoma Jugoslavije,
Budva, Bečići, 1980, II—81.
54. Relation Between the Connection of R^4 and of 2-Spinor Spaces,
ZAMM 61 (1981), T244—T245.
55. On the Generalized Dirac Operators,
Rad Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti, Zagreb, 396 (1982),
109—120.
56. Some Properties of the Generalized Dirac Operators,
Rad Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti Zagreb, 396 (1982),
121—130.
57. Spinors and the Four-Dimensional Riemann Space. I. Algebra,
Tensor N.S. 36 No 2 (1982), 137—149.
58. Spinors and the Four-Dimensional Riemann Space. I. Analysis,
Tensor N.S. 36 No 2 (1982), 155—174.

59. On the Absolute Derivative of the Generalized Dirac Operators,
Tensor N.S. 38 (1982), 69—79.
60. On the Generalized Dirac Equation,
ZAMM 62 (1982), T284—T286.
61. On the Generalized Dirac Equation for Spin 1/2 Charged Particles,
ZAMM 63 (1983), T325—T326.
62. Jedan novi pristup teoriji Riemannovog prostora,
Recueil des travaux de l'Institut Mathématique,
Beograd, N.S. 4 (1984), 103—111.
63. Maxwell Equations and the 4-Spinor Space Vector Structure,
ZAMM 65 (1985) 5, T325—T326.
64. A New Approach to Generalization of Dirac Equation,
Proceedings, Nuclear Structure, Reactions and Symmetries,
Dubrovnik, 5—14 June 1986,
Zagreb 2 (1986), 1116—1124.
65. The Relation Between the Dirac and Maxwell Equations,
ZAMM 67 (1987) 5, T422—T424.

Stručni radovi

1. Treći stupanj studija, specijalizacija i doktorati, Bilten 5, Savezni savet za naučni rad (1962), 34—46.
2. Atomi i njihova jezgra, Matematičko-fizički list IX (1958—1959), 145—151.
3. Nuklearne reakcije, Matematičko-fizički list X (1959—1960), 58—66.
4. Povodom tridesetogodišnjice Društva matematičara i fizičara SR Hrvatske, Glasnik matematički 15(35) (1980), 397—400.
5. Recenzije u Mathematical Reviews.

Udžbenici

1. Teorijska mehanika, Sveučilište u Zagrebu, 1963, 1—395; 2. izd. 1976; 3. izd. 1982.

In memoriam

1. Prof. B. Marković Glasnik matematički 9 (29) (1974), 173—176.
2. Prof. Ž. Marković, Glasnik matematički 10(30) (1975), 169—177.
3. Prof. V. Vrkljan, Glasnik matematički 9(29) (1974), 329—333.
4. Željko Marković, Ljetopis JAZU 78 (1978), 547—549.
5. Vladimir Vrkljan, Ljetopis JAZU 78 (1978), 555—556.
6. Željko Marković, Spomenica JAZU, 1980, 1—24.

SPOMENICA PREMINULIM AKADEMICIMA

ZLATKO JANKOVIĆ

1916—1987

IZDAVAČ

JUGOSLAVENSKA AKADEMIJA ZNANOSTI I UMJETNOSTI ZAGREB

ZA IZDAVAČA
HRVOJE POŽAR

OPREMA
EDO KOVAČEVIĆ

TEHNIČKI UREDNIK
ANTUN JURIĆ

KOREKTOR
SIBE MARDEŠIĆ

STROJOSLAGAR
GRETA BUKARICA

METEUR
ĐURO ĐURIĆ

DANO U TISAK 28. KOLOVOZA 1989. GODINE
NAKLADA 400 PRIMJERAKA

TISAK

»ZAGREBAČKA TISKARA«, Zagreb, Preradovićeva 21—23

YU ISSN 0351—188x

